

IMPORTANCE RELATIVE DES DIFFERENTS MODES DE TRANSMISSION DE LA CHALEUR DANS UN FOUR —ELEMENTS DE CALCUL

J. JAEGLÉ

Chef de la Division des Utilisations Industrielles, au Centre d'Essais et de Recherches n° 2 de la Direction des Etudes et
Techniques Nouvelles de Gaz de France

et

B. LEBLANC

Chef-Adjoint de la Station d'Essais de Toulouse du Groupe d'Etude des Flammes de Gaz Naturel

(Reçu le 5 Novembre 1969)

Résumé—On a essayé, en appliquant les lois physiques régissant les échanges de chaleur par rayonnement, de déterminer, du moins de façon approchée, quelles étaient les parts relatives du rayonnement direct de la flamme et du rayonnement des parois dans la puissance calorifique totale transmise au récepteur d'un four expérimental de grande puissance (2000 kW). Le calcul de la puissance calorifique émise par les parois vers le récepteur est assez difficile à cause de la complexité des expressions des différentes fonctions d'échange. Le présent article a pour objet d'indiquer une méthode qui permet d'apporter des simplifications notables. Ces simplifications pourraient faciliter les calculs de rayonnement dans un grand nombre de cas pratiques concernant les fours industriels. Les résultats obtenus dans quelques cas concrets semblent montrer que les parois jouent un rôle primordial dans le processus de transmission de chaleur au récepteur.

NOTATIONS

		Q_m ,	puissance calorifique totale soutirée par la charge;
A_n ,	fonction d'échange;	q ,	paramètre;
a_{ij} ,	fonction d'échange;	S, S_i, S_j, s ,	surfaces;
B_n ,	fonction d'échange de n arcs égaux face à n éléments égaux de sole;	T_j, t_i ,	températures absolues en degré K;
e ,	largeur d'une tranche;	U ,	symbole de la réunion de deux ensembles;
$G(k)$,	fonction;	Z ,	distance entre aires élémentaires;
h ,	hauteur d'une tranche;	α, α', β ,	fonction d'échange de la face XY par rapport aux faces adjacente ou opposée;
J_{ij} ,	facteur de correction (surface utile/surface totale);	$\varepsilon, \varepsilon_i, \varepsilon_j$,	facteur d'émission totale;
K ,	facteur de correction;	ϕ_i ,	puissance calorifique rayonnée par les parois en direction de la charge de rang i ;
k ,	variable;	σ ,	constante de Stefan;
l ,	longueur d'une tranche;	ω_i, ω_j ,	angles formés par la droite reliant les deux aires élémentaires et les normales à chacune d'elles.
\dot{M}_i, \dot{M}_j ,	émittances énergétiques;		
p ,	paramètre;		
Q_c ,	puissance calorifique totale rayonnée par les parois en direction de la charge;		

1. INTRODUCTION

LE GROUPE d'Etude des FlammeS de Gaz Naturel (G.E.F.G.N.) a, jusqu'à ces dernières années, orienté ses travaux sur la recherche des moyens propres à obtenir des facteurs d'émission élevés, avec les flammes de diffusion de gaz naturel.

Tout au long de ces recherches, les expérimentateurs de la Station d'Essais de Toulouse se sont efforcés d'apprécier l'importance relative des différents modes de transmission de la chaleur dans un four (Fig. 1).

au récepteur qui simule la charge d'un four industriel.

Dans ce but, on a caractérisé les propriétés émissives (ou absorbantes) du milieu séparant l'émetteur (les parois) du récepteur (la charge thermique) par son facteur d'émission totale maximal ϵ .

D'autre part, on a introduit une grandeur abstraite Q_c qui représente le flux de chaleur que rayonnerait, aux températures effectivement mesurées, l'émetteur vers le récepteur en supposant le milieu qui les sépare non émissif

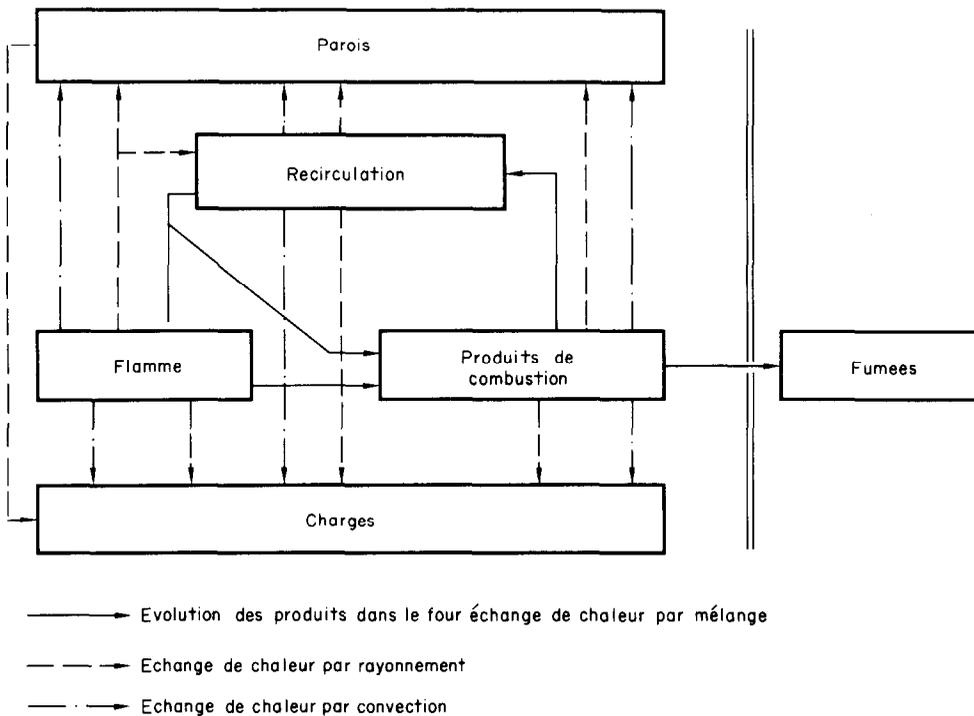


FIG. 1. Représentation schématique des échanges de chaleur dans un four.

Les lois physiques régissant les échanges de chaleur par rayonnement, sont bien connues [1,2]; on s'est, en premier lieu, attaché à les appliquer. Plus précisément, on a essayé de déterminer, du moins de façon approchée, quelles étaient les parts relatives du rayonnement direct de la flamme et des gaz et du rayonnement des parois dans le flux de chaleur total, transmis

(ou non absorbant) et on a comparé, en fonction de ϵ , Q_c à la puissance calorifique totale Q_m réellement soutirée par la charge et directement mesurée par une méthode calorimétrique.

Le calcul de Q_c reste assez difficile à cause de la longueur des expressions des différentes fonctions d'échange à considérer. Le présent article a pour objet d'indiquer la méthode

suivie qui a permis d'apporter des simplifications allégeant considérablement les écritures.

Ces simplifications pourraient également faciliter des calculs de rayonnement dans un grand nombre de cas pratiques de fours industriels.

Enfin, on se livre à quelques commentaires sur les résultats obtenus, grâce aux calculs ainsi effectués.

Avant d'aborder l'étude proprement dite, il est nécessaire de présenter le four expérimental du G.E.F.G.N. Ce four, long de 7 m, large et haut de 1,5 m, est percé latéralement d'une fente horizontale de 2 m ainsi que de six fentes verticales espacées de 75 cm. Ces ouvertures permettent, par l'introduction de sondes, l'observation et la mesure des phénomènes à l'intérieur de la flamme. La sole du four est équipée de tubes de refroidissement, recouverts d'éléments en fonte réfractaire, ceci afin de simuler une charge industrielle. Des thermocouples, judicieusement disposés, permettent de connaître la répartition des températures de voûte et de parois, ainsi que la température des éléments métalliques. Enfin, la quantité de chaleur soutirée par les charges thermiques est mesurée automatiquement.

2. GENERALITES

Le flux de chaleur échangé par rayonnement entre deux surfaces, S_j et S_p , supposées corps noirs, s'exprime par la relation :

$$\phi = (\dot{M}_j - \dot{M}_p) \int \int_{S_j S_p} \frac{dS_i \cos \omega_i dS_j \cos \omega_j}{\pi Z^2} \quad (1)$$

\dot{M}_j, \dot{M}_p , émittances énergétiques des surfaces, Z , distance des aires élémentaires, ω_p, ω_j , angles formés par la droite reliant deux aires élémentaires et les normales à chacune d'elles.

L'intégrale quadruple, appelée fonction d'échange, est une quantité purement géométrique ayant les dimensions d'une surface ; elle caractérise les positions relatives et les dimensions des deux surfaces S_j et S_p .

La relation (1) peut encore s'écrire :

$$\phi = f(T_j, t_p) a_{ij} \quad (2)$$

avec :

T_j, t_p , températures des surfaces S_j, S_p , a_{ij} , fonction d'échange représentant la valeur de l'intégrale quadruple.

C'est sous cette dernière forme que nous utiliserons, pour simplifier les écritures, la relation (1).

3. CALCUL DE LA PUISSANCE CALORIFIQUE RAYONNEE PAR LES PAROIS VERS LA CHARGE

3.1 Données théoriques

L'intégrale (1) est intégrable, notamment dans le cas où S_j et S_p représentent deux faces quelconques d'un parallélépipède rectangle. Gouffe [3], indique que le résultat peut toujours être exprimé, dans ce cas, à l'aide de la fonction :

$$G(k) = \frac{1}{k} \operatorname{arctg} k + \frac{k^2 - 1}{-4k^2} \log(1 + k^2) - \frac{1}{2} \log |k| \quad (3)$$

où k est la variable.

Nous donnons, en annexe, les tables de la fonction $G(k)$.

Ainsi, dans le cas d'un parallélépipède d'arêtes X, Y, Z (Fig. 2), les fonctions d'échange à considérer ont les valeurs suivantes ($p = X/Z$, $q = Y/Z$).

Faces adjacentes :

$$\begin{aligned} \text{faces} \\ XY - YZ \quad \alpha = Y^2 \left[G(q) + G\left(\frac{q}{p}\right) - G\left(\frac{q}{\sqrt{p^2 + 1}}\right) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{faces} \\ XY - XZ \quad \alpha' = X^2 \left[G(p) + G\left(\frac{p}{q}\right) - G\left(\frac{p}{\sqrt{q^2 + 1}}\right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Faces opposées :

$$\begin{aligned} \beta = 2 \left\{ Y^2 \left[G\left(\frac{q}{\sqrt{p^2 + 1}}\right) - G(q) \right] + X^2 \left[G\left(\frac{p}{\sqrt{q^2 + 1}}\right) - G(p) \right] \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

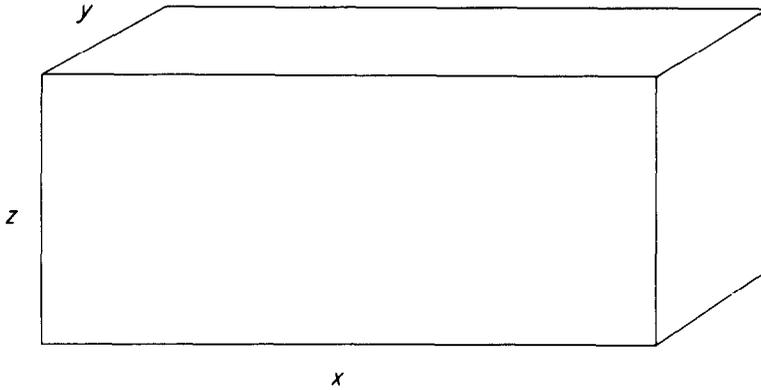


FIG. 2. Echanges par rayonnement entre surfaces planes rectangulaires.

α et α' ont la même expression; nous avons toutefois tenu à les expliciter pour faciliter la compréhension des calculs qui vont suivre.

3.2 Données expérimentales

On assimile le four à un parallélépipède rectangle que l'on décompose en dix tranches auxquelles il faut ajouter le mur brûleur et le mur cheminée. Ces dix tranches sont numérotées de 1 à 10 en partant du mur brûleur qui porte le numéro 11, tandis que le numéro 12 est affecté au mur cheminée (Fig. 3). Par suite du

découpage et de la forme du four, les tranches 1 et 10 sont deux fois moins larges que les tranches 2, 3... 8, 9; le mur brûleur et le mur cheminée ont la même géométrie. Les charges correspondent aux numéros, 2, 3, 5, 6, 8, 9.

Les tranches comprennent deux éléments distincts: l'arc, composé d'une portion de voûte et des deux parois la soutenant, et la charge, ou une portion de sole, suivant le cas. Les indices j et i sont respectivement affectés aux arcs et aux charges. Enfin, on admet que les murs brûleur et cheminée, ainsi que les tranches

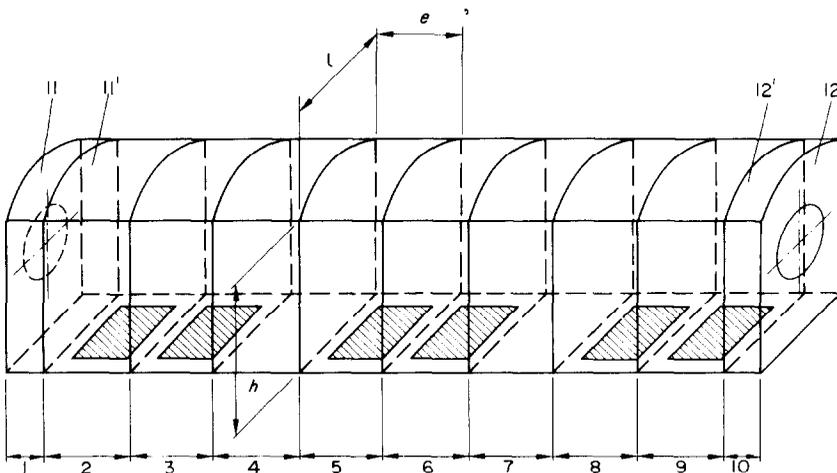


FIG. 3. Vue générale du four, position relative des divers éléments.

1 et 10, n'ont d'influence que sur les deux charges immédiatement voisines. Dans chaque tranche, l'arc d'une part, la charge d'autre part, sont supposés être à température uniforme. Nous avons admis que le facteur d'émission totale des arcs (sillimanite) et des charges (éléments en fonte) est égal à 0,9; cette valeur est en bon accord avec les résultats fournis dans la littérature. Ces surfaces sont assimilées à des corps gris.

L'utilisation des fonctions d'échange, définies au paragraphe précédent, ne permet pas, en toute rigueur, de tenir compte de certaines particularités de la forme des surfaces considérées: fentes de mesure, surface occupée par le brûleur, remplissage seulement partiel de la sole par les éléments métalliques des charges thermiques. Nous admettrons que tout se passe comme si la fonction d'échange restait inchangée, mais que le flux de chaleur échangée était affecté d'un coefficient J , égal au rapport de la surface utile à la surface totale.

3.3 Expression générale de la puissance calorifique rayonnée par les parois

Dans ces conditions, la puissance calorifique ϕ , rayonnée par les parois en direction de la charge de rang i , peut s'écrire d'après (2):

$$\phi_i = \sum_j f(T_j, t_i) a_{ij} \quad (7)$$

avec

$$i = 2, 3, 5, 6, 8, 9, \quad j = 1 \dots 12.$$

La fonction f a alors pour expression:

$$f(T_j, t_i) = \frac{\sigma}{\pi} J_{ij} K(\varepsilon_i, \varepsilon_j) (T_j^4 - t_i^4). \quad (8)$$

σ : Constante de Stefan; J_{ij} : facteur de correction destiné à tenir compte du "remplissage" des surfaces (voir paragraphe 3.2); $\varepsilon_i, \varepsilon_j$: facteurs d'émission totale respectifs des surfaces i, j ; $K(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \simeq \varepsilon_i \times \varepsilon_j = 0,8$.

En exprimant les a_{ij} en mètres carrés, les températures d'arcs et de charges en degrés Kelvin, la puissance calorifique ϕ_i sera donnée

en kilowatt par mètre carré par la relation:

$$\phi_i = \sum_j \frac{57,3}{\pi} J_{ij} K(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \left[\left(\frac{T_j}{1000} \right)^4 - \left(\frac{t_i}{1000} \right)^4 \right] a_{ij}. \quad (9)$$

3.4 Calcul des fonctions d'échange a_{ij}

3.4.1 Remarques préliminaires. Avant d'aborder le calcul proprement dit, il est bon de faire quelques remarques préliminaires pouvant amener des simplifications importantes:

Pour les huit tranches centrales égales les a_{ij} sont au nombre de 64 mais ne peuvent prendre que huit valeurs distinctes. En effet,

$$a_{ij} = a_{kl} \Leftrightarrow |i - j| = |k - l|. \quad (10)$$

On peut donc poser:

$$a_{ij} = A_n, \text{ avec } n = |i - j| + 1, \quad (11)(12)$$

n prenant les valeurs 1...8.

D'autre part, si $a(S, s)$ est la fonction d'échange relative à deux surfaces S et s telles que:

$$S = S_1 U S_2 U \dots S_i \dots; \quad s = s_1 U s_2 U \dots s_j \dots$$

on a

$$a(S, s) = \sum_{ij} a(S_i, s_j) \quad (13)$$

égalité qui résulte des propriétés additives des intégrales.

Nous traiterons, par la suite, (paragraphe 3.43) le cas des tranches extrêmes: 1, 10, 11 (mur brûleur) et 12 (mur cheminée).

3.4.2 Calcul des A_n . Appelons B_n la fonction d'échange de n arcs complets égaux face à n éléments égaux de sole.

L'égalité (13) prend la forme:

$$B_n = nA_1 + 2[(n-1)A_2 + (n-2)A_3 + \dots + 2A_{n-1} + A_n]. \quad (14)$$

B_n est une fonction d'échange relativement aisée à calculer, comme on le verra plus loin, et (14) permet de calculer, de proche en proche,

les valeurs de A_n à partir de celles de B_n :

$$\begin{aligned} A_1 &= B_1 \\ A_2 &= -B_1 + \frac{1}{2}B_2 \\ A_3 &= \frac{1}{2}B_1 - B_2 + \frac{1}{2}B_3 \text{ etc } \dots \end{aligned}$$

Mieux encore, on démontre, par récurrence (voir Annexe I), que d'une manière générale, la fonction A_n peut s'écrire, à partir de $n = 2$:

$$A_n = \frac{1}{2}B_{n-2} - B_{n-1} + \frac{1}{2}B_n. \quad (15)$$

Il reste à calculer B_n en utilisant les données du paragraphe 3.1 et en posant:

$$p = \frac{ne}{h}, \quad q = \frac{l}{h}$$

avec:

$$X = ne, \quad Y = l, \quad Z = h$$

B_n peut s'écrire:

$$B_n = 2\alpha' + \beta. \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{D'après (5) et (6), } \alpha' &= n^2 e^2 \left[G\left(\frac{ne}{h}\right) \right. \\ &\left. + G\left(\frac{ne}{l}\right) - G\left(\frac{ne}{\sqrt{(h^2 + l^2)}}\right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \beta &= 2 \left\{ l^2 \left[G\left(\frac{l}{\sqrt{(n^2 e^2 + h^2)}}\right) - G\left(\frac{l}{h}\right) \right] \right. \\ &\left. + n^2 e^2 \left[G\left(\frac{ne}{\sqrt{(h^2 + l^2)}}\right) - G\left(\frac{ne}{h}\right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

B_n prend donc la forme:

$$\begin{aligned} B_n &= 2n^2 e^2 G\left(\frac{ne}{l}\right) + 2l^2 \left[G\left(\frac{l}{\sqrt{(n^2 e^2 + h^2)}}\right) \right. \\ &\quad \left. - G\left(\frac{l}{h}\right) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

En résumé, les fonctions d'échange A_n sont assez facilement calculables à l'aide des relations (15) et (19).

3.4.3 *Calcul des fonctions d'échange des tranches extrêmes par rapport aux deux charges immédiates voisines.* Il a été admis au paragraphe 3.2 que les tranches 1, 10, 11 (mur brûleur) et 12

(mur cheminée) n'ont d'influence que sur les deux charges les plus voisines. Il y aura donc lieu de n'introduire, pour ces tranches, que les fonctions suivantes:

$$a_{31}, a_{21}, a_{311}, a_{211}, a_{810}, a_{910}, a_{812}, a_{912}.$$

De plus, nous supposons que les tranches 1 et 11 sont à la même température, ainsi que les tranches 10 et 12, ce qui est souvent le cas en pratique. Cette supposition amène une simplification importante. En effet, les surfaces constituées par la réunion des surfaces 1 et 11 d'une part, et 10 et 12 d'autre part, peuvent être considérées comme homogènes en température. Or, on démontre que l'on peut remplacer dans le calcul des fonctions d'échange, n'importe quelle surface concave par une surface ayant même contour. Autrement dit, dans notre cas particulier, la fonction d'échange des surfaces 1 et 11 par rapport aux charges 2 et 3, ainsi que la fonction d'échange des surfaces 10 et 12 par rapport aux charges 8 et 9, peuvent être remplacées par la fonction d'échange par rapport à ces mêmes charges des surfaces planes 11' et 12' (Fig. 3) ayant même contour apparent et supposées à la même température que les surfaces formées par la réunion de 1 et 11 et de 10 et 12.

En outre, on a:

$$a_{211'} = a_{912'}; a_{311'} = a_{812'}. \quad (20)$$

Or, d'après (5) nous savons calculer $a_{211'}$, $a_{311'}$:

$$\begin{aligned} a_{211'} &= l^2 \left[G\left(\frac{l}{e}\right) + G\left(\frac{l}{h}\right) \right. \\ &\quad \left. - G\left(\frac{l}{\sqrt{(h^2 + e^2)}}\right) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} a_{311'} &= l^2 \left[G\left(\frac{l}{2e}\right) - G\left(\frac{l}{e}\right) \right. \\ &\quad \left. - G\left(\frac{l}{\sqrt{(h^2 + 4e^2)}}\right) + G\left(\frac{l}{\sqrt{(h^2 + e^2)}}\right) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Ainsi, toutes les fonctions d'échange ont été calculées.

4. RESULTATS EXPERIMENTAUX

A partir de la distribution des températures de parois et de la charge et grâce aux fonctions d'échange précédemment établies, les puissances ϕ_i ont pu être calculées par la relation (9). Ces puissances ont été rapportées à la puissance calorifique effectivement soutirée par la charge correspondante. De même, la somme

$$Q_c = \sum_i \phi_i \quad \text{avec } i = 2, 3, 5, 6, 8, 9$$

a été comparée à la puissance calorifique totale soutirée par l'ensemble des charges (Q_m).

Les quotients Q_c/Q_m ont été portés sur un diagramme (Fig. 4) en fonction du facteur d'émission maximal de la flamme considérée.

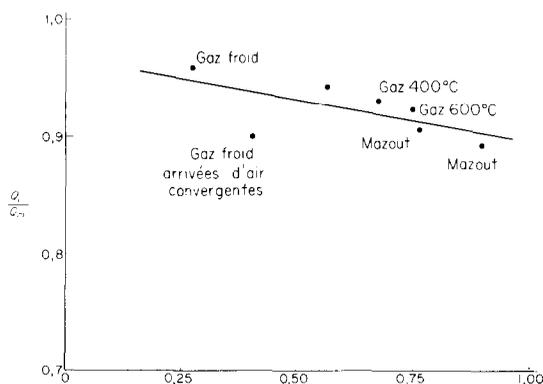


FIG. 4. Relation entre la valeur maximale ε du facteur d'émission totale d'une flamme et le rapport Q_c/Q_m .

Les flammes étudiées sont des flammes de diffusion de gaz naturel, ou de fuel lourd n° 2. Elles correspondent au même débit calorifique entrant : 2000 kW.

Dans ces conditions, plus le rapport Q_c/Q_m sera faible, plus la part de la puissance calorifique transmise directement par la flamme à la charge, sans utiliser les propriétés émissives des parois, sera importante.

5. CONCLUSIONS

La connaissance de la puissance calorifique Q_c , qui serait émise par les parois vers la charge en supposant le milieu les séparant non émissif

(ou non absorbant), peut se révéler intéressante dans certains cas pratiques de fours industriels. En effet, d'une part Q_c , quoique n'ayant aucune réalité physique peut être considérée toutes choses étant égales par ailleurs, comme un repère, voire une approximation; d'autre part, on peut chercher, pour des températures de parois et de charge données, à optimiser Q_c en adaptant la géométrie des fours à celle des charges à traiter (fonctions d'échange maximales). La méthode de calcul de Q_c proposée ici indique la marche à suivre et les simplifications à apporter au calcul généralement complexe lors de cas semblables; ainsi que les expressions des fonctions d'échange de surfaces rectangulaires orthonormales ou parallèle entre elles supposées isothermes.

Mais, plus encore que Q_c , le rapport de Q_c à la puissance calorifique totale Q_m , réellement soutirée par la charge, est intéressant, à considérer sur le plan expérimental. Sur le diagramme de la Fig. 4 on a porté, en ordonnée, les valeurs du rapport Q_c/Q_m en abscisse les facteurs d'émission totale maximaux des flammes étudiées, ceci pour cinq flammes ayant la même géométrie concentrique et dont les conditions aérodynamiques (impulsion) et thermiques (température des fluides) à l'entrée étaient assez différentes. Sur le même diagramme, on a également placé une flamme (gaz froid, arrivées d'air convergentes) dont la géométrie et les conditions aérodynamiques à l'entrée sont totalement différentes de celles des cinq premières.

L'étude de ce diagramme conduit à plusieurs observations :

— Les valeurs du rapport Q_c/Q_m restent comprises entre 0,9 et 0,95 environ, quelles que soient les conditions aérodynamiques rencontrées et quel que soit le facteur d'émission de la flamme. Comme Q_c n'est fonction que de la température des parois, cela signifie qu'on peut calculer, avec une approximation convenable, la température que doivent avoir les parois d'un four pour que celui-ci soit en mesure d'apporter, à une charge, une quantité de

chaleur déterminée. On voit aussi que cette température dépend peu du facteur d'émission de la flamme.

— Les faibles variations relatives du rapport Q_c/Q_m dans des cas très différents, traduisent donc le rôle important joué par les parois dans le processus de transmission de chaleur. Excepté pour des flammes présentant des conditions aérodynamiques particulières (ici, arrivées d'air à grande vitesse convergentes), la corrélation entre les valeurs du rapport Q_c/Q_m et les valeurs de ε , est bonne, ce qui signifie que la convection a une influence constante et, compte tenu des conditions d'impulsion variable, que cette influence est faible.

— En comparant la flamme de mazout ($\varepsilon = 0,9$) et la flamme de gaz naturel présentant des caractéristiques aérodynamiques particulières (arrivées d'air convergentes) favorisant un transfert de chaleur par convection, on constate qu'une variation de ε de 55 pour cent (0,9 à 0,4), qui diminuerait de 5 pour cent du total la chaleur transmise directement de la flamme à la charge, est compensée, soit par l'effet convectif, soit par une augmentation de rayonnement direct provenant d'une augmentation de température de la zone d'émission compensant la diminution de ε .

REMARQUES

En réalité, les facteurs d'émission totale ($\varepsilon_p, \varepsilon_j$) utilisés dans cette étude, ont été choisis de façon que le rapport Q_c/Q_m soit très voisin de 1, lorsque le facteur d'émission totale de la flamme est égal à 0 (milieu non absorbant ou non émissif). Ce choix suppose que la quantité de chaleur transmise par convection à la charge est faible devant la quantité totale absorbée (Q_m), ce qui est confirmé par l'analyse ci-dessus. Il présente, en outre, l'avantage d'éliminer les facteurs physiques propres à l'enceinte considérée (rendement des charges thermiques) et nous permet donc, à partir de nos résultats expérimentaux, de donner à nos conclusions une plus grande généralité. Il faut noter que les

valeurs des facteurs d'émission totale ainsi obtenues sont de l'ordre de grandeur de celles données par des mesures physiques.

D'autre part, sur le diagramme de la Fig. 4, nous avons porté en abscisse le facteur d'émission totale maximal des flammes considérées. Ce facteur n'est qu'une caractéristique physique locale de la flamme et il peut paraître abusif d'en faire un paramètre significatif. Certains auteurs pensent qu'un facteur d'émission totale moyen, défini comme les deux tiers du facteur d'émission totale maximal de la flamme ou, comme la moyenne arithmétique entre ce dernier facteur et le facteur d'émission totale des gaz clairs en fin de four, caractérise globalement l'aptitude de la flamme à transmettre par rayonnement. On peut remarquer que le choix d'un tel paramètre ne met pas en cause l'analyse faite plus haut puisqu'il s'agit d'avoir un repère concernant l'émissivité des flammes considérées.

ACKNOWLEDGEMENT

Nous remercions M. Gouffe, Secrétaire Général honoraire du Groupe d'Etude des Flammes de gaz naturel, des observations qu'il a bien voulu nous faire à la lecture du manuscrit et qui nous ont conduit à compléter celui-ci.

ANNEXE 1

Démonstration de la Relation (15) par Récurrence

La relation (15) est vérifiée pour $n = 3$.

Supposons qu'elle soit vérifiée jusqu'au rang n , et montrons que cela entraîne qu'elle est vraie pour le rang $n + 1$.

B_{n+1} s'écrit, d'après (14) :

$$B_{n+1} = (n+1)A_1 + 2[nA_2 + (n-1)A_3 + \dots + (n-i+2)A_i \dots + 2A_n + A_{n+1}]$$

ou encore

$$B_{n+1} = (n+1)A_1 + 2 \sum_{i=2}^n (n-i+2)A_i + 2A_{n+1} \quad (1)$$

or, on a supposé que

$$B_i = 2A_i + 2B_{i-1} - B_{i-2} \text{ pour } i = 2, 3, \dots, n$$

égalité équivalente à :

$$(n-i+2)B_i = 2(n-i+2)A_i + 2(n-i+2)B_{i-1} - (n-i+2)B_{i-2}$$

qui entraîne l'égalité:

$$\sum_{i=2}^n (n-i+2) B_i = 2 \sum_{i=2}^n (n-i+2) A_i + 2$$

$$\sum_{i=2}^n (n-i+2) B_{i-1} - \sum_{i=2}^n (n-i+2) B_{i-2}$$

Tout calcul fait, on déduit de cette égalité:

$$2 \sum_{i=2}^n (n-i+2) A_i = 2B_n - B_{n-1} - (n+1) A_1$$

en reportant dans (1) on obtient:

$$B_{n+1} = 2A_{n+1} + 2B_n - B_{n-1}$$

(15) est donc bien vérifiée pour le rang $n+1$

BIBLIOGRAPHIE

1. G. RIBAUD et E. BRUN, *Transmission de la chaleur: le rayonnement thermique*, Tome 1, edited by J. et R. SENNAC (1948).
2. W. H. MCADAMS, *Heat Transmission*, 3rd edn. McGraw-Hill, New York (1954).
3. A. GOUFFE, Formules et données numériques sur la transmission de la chaleur. Cahier n° 1 Transmission de la chaleur par rayonnement, Eyrolles, Collection de l'A.N.R.T. (1968).

ANNEXE 2

Table de la fonction $G(k)$

k	$G(k)$	$G(k)$	k	$G(k)$	
0,100	1,9017	0,460	1,1467	2,10	0,4917
0,110	1,8537	0,500	1,1065	2,30	0,4610
0,120	1,8103	0,550	1,0609	2,50	0,4340
0,130	1,7705	0,600	1,0194	3,00	0,3787
0,140	1,7338	0,650	0,9817	3,5	0,3361
0,150	1,6996	0,700	0,9470	4,0	0,3023
0,160	1,6675	0,750	0,9150	5,0	0,2519
0,170	1,6374	0,800	0,8854	6,0	0,2160
0,180	1,6089	0,850	0,8578	7,0	0,1892
0,190	1,5819	0,900	0,8321	8,0	0,1684
0,200	1,5564	0,950	0,8080	9,0	0,1517
0,220	1,5090	1,00	0,7854	10,0	0,1380
0,240	1,4659	1,10	0,7440	12,0	0,1170
0,260	1,4263	1,20	0,7070	14,0	0,1016
0,280	1,3897	1,30	0,6737	16,0	0,0898
0,300	1,3556	1,40	0,6436	18,0	0,0805
0,340	1,2941	1,50	0,6161	20,0	0,0729
0,380	1,2397	1,70	0,5680	22,0	0,0666
0,420	1,1908	1,90	0,5270	24,0	0,0614

RELATIVE IMPORTANCE OF DIFFERENT MODES OF HEAT TRANSFER IN A FURNACE

Abstract—According to the physical laws governing the exchanges of heat by radiation, we have tried to determine, approximately, the relative parts of the direct radiation of the flame and of the radiation of the walls in the total calorific power transmitted to the sink of an experimental high-powered furnace (2000 kW). The calculation of the calorific power emitted by the walls to the sink is quite difficult owing to the complex expressions of the geometrical view factors. The aim of the present papers is to indicate a method allowing some notable simplifications. The results obtained in some concrete cases seem to show that the walls do play an important part in the process of the heat-transmission to the sink.

RELATIVE BEDEUTUNG VERSCHIEDENER METHODEN DES WÄRMEÜBERGANGS IN EINEM OFEN

Zusammenfassung—Entsprechend den physikalischen Gesetzen für den Wärmeaustausch durch Strahlung wurde versucht, die relativen Anteile der direkten Flammenstrahlung und der Strahlung der Wände am gesamten Wärmestrom zu ermitteln, der an die Wärmesenke eines hochbelasteten Ofens (2 MW) übergeht. Die Berechnung des Wärmestroms, der von den Wänden an die Senke abgestrahlt wird, ist ziemlich schwierig, was auf die komplizierten Ausdrücke der verschiedenen Funktionen für den Wärmetausch zurückzuführen ist. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, eine Methode zu zeigen, die einige bemerkenswerte Vereinfachungen erlaubt. Die Ergebnisse für einige konkrete Fälle scheinen zu zeigen, dass die Wände für den Wärmeübergang an die Wärmesenke eine grosse Rolle spielen.

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ РОЛЬ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА В ТОПКЕ

Аннотация—С помощью физических законов, описывающих лучистый теплообмен, сделана попытка приближенного определения относительной роли прямого излучения

пламени и излучения стенок в общем балансе энергии, передаваемой экспериментальной печи высокого напряжения (2000 квт.). Расчет тепловой энергии за счет излучения стенок затруднителен из-за сложного выражения различных функций теплообмена. Целью данной работы является найти метод, приводящий к значительным упрощениям. Результаты, полученные для частных случаев, показывают, что стенки действительно играют важную роль в процессе переноса тепла к стоку.